Exercices Série 11

1) Calculez l'angle entre les vecteurs $\vec{x} = (2, 3)$ et $\vec{y} = (5, 1)$.

2) Trouvez l'équtation de la droite passant par le point $A = (1, 3)$ et de direction orthogonale à $\vec{x} = (-3, 2)$.

Réponses

1) Rappelons que que

$cos(\theta) = \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{\|\vec{x}\| \cdot \|\vec{y}\|}$

Or, $\|\vec{x}\| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$
Or, $\|\vec{y}\| = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26}$
Et $\vec{x} \cdot \vec{y} = x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 = 2 \cdot 5 + 3 \cdot 1 = 13$
Donc $cos(\theta) = \frac{13}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{26}} = \frac{13}{\sqrt{13^2 \cdot 2}} = \frac{13}{13 \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
Il s'agit donc de trouver
$\theta = Arcos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$.

2) D'après la formule vue au cours, l'équation paramétrique de tout point $P = (p_1, p_2)$ sur la droite perpendiculaire à $\vec{x}$ et passant par $A = (a_1, a_2)$ est donnée par l'équation paramétrique suivante :
$p_1 x_1 + p_2 x_2 - a_1 x_1 - a_2 x_2 = 0$, ce qui, en remplaçant avec les données de l'énoncé donne l'équation paramétrique
$-3 \times p_1 + 2 \times p_2 - 1 \times (-3) - 3 \times 2 = 0$, donc

$$\boldsymbol{-3p_1 + 2p_2 - 3 = 0}$$

Vérifions que $A = (1, 3)$ est bien sur la droite :

$$-3 \times 1 + 2 \times 3 - 3 = -3 + 6 - 3 = 0.$$